

O ENSINO DA GEOMETRIA COM ENFOQUE NA ETNOMODELAGEM**THE TEACHING OF GEOMETRY WITH A FOCUS ON THE
ETNOMODELAGEM**Adriano Marcos Maia Reges¹Aleksandre Saraiva Dantas²Antonio Ronaldo Gomes Garcia³Walter Martins Rodrigues⁴**RESUMO:**

Esse artigo analisa as contribuições da Geometria Espacial na indústria de alimentos, fazendo um paralelo com a produção de doce, feita em escala comercial. Durante a realização das atividades houve uma preocupação em relacionar a teoria com as atividades realizadas na fábrica e nos Laboratórios de Ciências, Matemática e Informática. Procuramos enfatizar os conceitos de Etnomatemática e de Modelagem Matemática. A coleta de dados se deu através da observação participante, um questionário de múltipla escolha aplicado junto aos alunos, visitas à fábrica e a realização de uma oficina de construção de maquetes. A partir da análise dos dados, verificamos a importância da valorização dos conhecimentos prévios dos alunos. Foi possível inferir que quando os conteúdos matemáticos surgem de assuntos ligados ao dia-a-dia, despertam maior interesse e há uma melhora significativa na aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática, Ensino de Matemática, Etnomatemática.

ABSTRACT:

This article analyzes the contributions of Spatial Geometry in the food industry, making a parallel with the production of candy, made on a commercial scale. During the activities there was a concern to relate the theory to the activities carried out in the factory and in the Laboratories of Science, Mathematics and Informatics. We try to emphasize the concepts of Ethnomathematics and Mathematical Modeling. Data were collected through participant observation, a multiple choice questionnaire applied to the students, visits to the factory and a model-making workshop. From the analysis of the data, we verified the importance of valuing students' previous knowledge. It was possible to infer that when the mathematical contents arise from subjects connected to the daily life, they arouse more interest and there is a significant improvement in the learning.

KEYWORDS: Mathematical Modeling, Teaching Mathematics, Ethnomathematics.

DOI:10.21920/recei720173794102

<http://dx.doi.org/10.21920/recei720173794102>

¹ Mestre em Matemática/UFERSA. Professor da Escola Arsênio Ferreira Maia. E-mail: advreges@yahoo.com.br.

² Doutor em Educação/UFRN. Professor do IFRN. E-mail: aleksandre.dantas@ifrn.edu.br

³ Doutor em Matemática/USP. Professor da UFERSA. E-mail: gomesgarcia@gmail.com

⁴ Doutor em Matemática/USP. Professor da UFERSA. E-mail: walterm@ufersa.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Uma das principais causas do fracasso no ensino da Matemática na educação básica, está no fato de que os conteúdos estudados não possuem vinculado com realidade. Além disso, a Matemática acadêmica estar muito afastada do vivenciado pelo estudante no seu mundo real. Ensinar Matemática de forma isolada explorando conteúdos apenas como pré-requisito para estudos mais avançados, não contribui para a formação integral do educando.

Como nos diz Machado (2009, p.8): “De fato, a falta de clareza com relação ao papel que a Matemática deve desempenhar no campo de conhecimentos sistematizados pode ser o principal responsável pelas dificuldades crônicas de que padece seu ensino.”

Nessa perspectiva, surgiu a necessidade de realizar um trabalho que desse uma nova perspectiva ao ensino de Geometria Espacial em nossa escola. A vasta experiência no ensino público, que proporcionou o conhecimento das principais dificuldades dos alunos na disciplina de Matemática, bem como a falta de infraestrutura das escolas, contribuíram significativamente para a realização desse trabalho.

Atualmente estamos vivendo um processo de transformação em que novas orientações curriculares propõem um ensino de Matemática voltado para o desenvolvimento de competências e habilidades. Então não se pode mais ensinar matemática visando apenas aprovação em vestibulares, visto que, nem todos os alunos que ingressam na escola básica conseguem entrar na universidade ou até mesmo concluir o Ensino Médio.

Os PCN (1998) orientam para melhoras no processo de ensino e aprendizagem, mas para que isso aconteça, várias mudanças devem ocorrer, principalmente na formação acadêmica dos futuros professores, nos currículos, nas metodologias de ensino, que priorizem uma conexão entre teoria e prática. A dinâmica no ensino de Matemática deve ser constante para evitar que ele se resuma à memorização e à aplicação de fórmulas e técnicas, em situações fáceis, para depois serem aplicadas em situações semelhantes e de maior complexidade.

Segundo os PCN+ do Ensino Médio (BRASIL, 2002, p.112) “A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios.”

A motivação inicial deste trabalho baseou-se nas dificuldades encontradas pelos alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola de Ensino Médio Arsênio Ferreira Maia, em contextualizar a Matemática com fatos do cotidiano. Então, dentro do conteúdo estudado naquele momento, selecionou-se o tema aplicações da Geometria Espacial na indústria de doces.

A facilidade de acesso e a relação socioeconômica das famílias dos alunos com a atividade facilitaram o trabalho. O conteúdo estudado passou a ter significado, pois os alunos se tornaram os construtores do conhecimento, desenvolvendo competências gerais que vão além de aprender o que está estabelecido pela matriz curricular.

Foi possível trabalhar a interdisciplinaridade na Geografia, através das atividades econômicas desenvolvidas no município e os problemas sociais, na Biologia através dos problemas ambientais provocados. Na Química, foi explorado o uso de produtos químicos no processo de produção do doce e até que ponto eles podem fazer mal a saúde humana. Na História, foi feito um levantamento sobre a origem da fábrica e, na Física, foram discutidas questões de calorimetria, velocidade média dos veículos, o espaço percorrido da escola até a fábrica, dentre outros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção faremos um breve apanhado sobre os assuntos que serviram de base teórica para realização deste trabalho, que são a Etnomatemática e a Modelagem Matemática.

2.1. ETNOMATEMÁTICA

Depois do fracasso da Matemática Moderna, na década de 1970, apareceram, entre os educadores matemáticos, várias correntes educacionais desta disciplina, que tinham uma componente comum – a forte reação contra a existência de um currículo comum e contra a maneira imposta de apresentar a Matemática como um conhecimento universal e caracterizado por divulgar verdades absolutas.

Segundo os PCNs (1998, p.19)

Nas décadas de 60 e 70, o ensino de matemática no Brasil e em outros países, foi influenciado por um movimento que ficou conhecido como Matemática Moderna [...]. O ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações, mais voltadas à teoria do que à prática.

É nesse contexto que surge o termo metafórico, Etnomatemática, termo esse impregnado de muitos significados.

D'Ambrósio (2007, p.35) analisa a palavra de acordo com suas raízes:

[...] nas maneiras, nos modos, nas habilidades, nas artes, nas técnicas, nas **tics** de lidar com o ambiente, de entender e explicar fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, que é o **matema** próprio ao grupo, à comunidade, ao **etno**.

A Etnomatemática está presente em várias atividades desenvolvidas no cotidiano. Quando um pedreiro constrói uma casa, utiliza ângulos retos através de triângulos retângulos sem conhecer o Teorema de Pitágoras. Também sabe o quanto deve acrescentar no culme de um telhado para que este não acumule água e nem deixe as telhas escorregarem devido à inclinação exagerada. O pequeno agricultor sabe quantos quilos de sementes terá que usar em um hectare de terra, tomando como base a quantidade de sementes em cada cova plantada, a quantidade de covas que cabem em cada fileira, a quantidade de fileiras que cabem em um hectare, tendo uma noção do quanto irá colher nessa plantação.

Outro exemplo típico de Etnomatemática está nas comunidades indígenas, onde os índios mais velhos passam para os mais novos todo o conhecimento relacionado à construção das ocas, das embarcações, as técnicas de caça e pesca e sobrevivência na mata. Pode ser encontrada ainda, nas feiras, nos jogos de uma maneira geral, nas brincadeiras das crianças etc.

Figura 01 - Atividades do cotidiano que fazem uso da Matemática



De maneira geral, Etnomatemática é uma prática pedagógica que estuda o contexto sociocultural dos alunos, valorizando o conhecimento prévio dos mesmos na construção de

significados caracterizado pelo conteúdo, proveniente da experiência pessoal, aproximando o conteúdo matemático com a realidade. Os PCNs de Matemática também faz referência a Etnomatemática:

[...] Do ponto de vista educacional, procura entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural de cada indivíduo. A Etnomatemática procura partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural, mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural (BRASIL, 2002, p. 23).

O matemático americano Raymond Wilder foi o pioneiro em ver a Matemática numa visão cultural, ele fez pronunciamentos a esse respeito em 1950, no Congresso Internacional de Matemáticos, na cidade de Cambridge, nos Estados Unidos. Posteriormente outros matemáticos enveredaram pelo mesmo lado.

A Etnomatemática só surgiu no Brasil por volta dos anos 70 do século XX, devido ao fracasso da Matemática Moderna. Em 1978 foram realizadas duas importantes conferências sobre o assunto, intituladas de: O desenvolvimento da Matemática nos países do 3º mundo, que aconteceu no Sudão, e Matemática e o mundo real, na Dinamarca.

No ano de 1984, aconteceu o Primeiro Congresso Internacional de Etnomatemática, em Adelaide, Austrália, e em 1985, Ubiratan D'Ambrosio criou e oficializou o Grupo Internacional de Estudo da Etnomatemática.

2.2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Vamos pensar numa situação real que acontece todos os dias na vida das pessoas: ir ao supermercado fazer compras. Lá, o cidadão escolhe seus produtos e, na hora de pagar, pede aquele famoso desconto que, na maioria das vezes, não representa muito financeiramente, mas se consegue, sai satisfeito e com sentimento de que fez um ótimo negócio. Situações como essas, discutidas oralmente por clientes e comerciantes todos os dias em todos lugares podem ser expressas por uma linguagem formal, conhecida como linguagem matemática. Isso se constitui modelagem matemática.

Segundo Biembengut e Hein (2011, p.7)

A modelagem matemática, arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações-problema de nosso meio, tem estado presente desde os tempos mais primitivos. [...] tenta traduzir situações reais para uma linguagem matemática, para que por meio dela se possa melhor compreender, prever e simular ou ainda, mudar determinadas vias de acontecimentos, com estratégias de ação, nas mais variadas áreas do conhecimento.

A modelagem matemática pode ser definida como a arte de escrever problemas reais numa linguagem matemática (Biembengut e Hein, 2011) ou ainda a arte de transformar problemas reais em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

É possível trabalhar a modelagem matemática em outras disciplinas como, por exemplo, na Biologia, na Física, Química, Geografia, etc.

Um cientista pode pegar um número pequeno de bactérias e cultivar em laboratório observando seu crescimento em intervalos de tempo pré-determinados e, a partir dos resultados encontrados, criar um modelo para um número maior de bactérias.

Na Física, pode-se modelar a oscilação ou altura das marés e comparar, por exemplo, com o gráfico das funções seno e cosseno. Na Geografia, pode-se fazer um modelo para o crescimento das populações, números de crianças abandonadas nas ruas e de pessoas que passam fome em uma região.

Figura 02 - Atividades em que se pode utilizar a modelagem matemática



Ainda segundo Biembengut e Hein (2011), a modelagem matemática é tão antiga quanto a própria Matemática e seu surgimento tem origem nas aplicações em situações do cotidiano dos povos antigos. Porém, foi na Física que surgiram os primeiros modelos matemáticos, durante o período Renascentista. Período em que ocorreu grande impulso nas artes e nas ciências.

De acordo Biembengut e Hein (2011), nas últimas três décadas, a modelagem vem ganhando espaço em diversos países. No Brasil, um dos primeiros trabalhos de modelagem no ensino foi do professor Aristides Camargos Barreto, da PUC do Rio de Janeiro, na década de 1970. A consolidação e a difusão se efetuaram por vários professores, em particular, pelo professor Rodney Bassanessi, da Unicamp.

Quando trabalhamos com modelagem matemática buscamos encontrar expressões ou fórmulas que resolvam situações particulares e que depois sejam testadas na resolução de situações gerais. Podemos dizer que a modelagem matemática é quem faz o intercâmbio entre a Matemática e a situação real e esse intercâmbio obedece a algumas etapas.

Biembengut e Hein (2011) destacam três importantes etapas quando trabalhamos com modelagem, a saber: Interação (estudo minucioso do tema escolhido), Matematização (as situações-problemas da vida real são escritas numa linguagem matemática) e Modelo Matemático (interpretação das soluções particulares e verificação da confiabilidade do modelo).

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para o desenvolvimento das atividades, utilizaram-se como referencial as etapas da Modelagem sugeridas por Biembengut e Hein (2011), e que norteiam o trabalho proposto para os encaminhamentos em sala de aula.

São elas:

- 1º) Escolha do tema
- 2º) Exploração do tema
- 3º) Levantamento dos problemas
- 4º) Resolução dos problemas e desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema.
- 5º) Análise crítica e validação dos modelos:

3.1. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NA PESQUISA

3.1.1. ENTREVISTA COM OS ALUNOS

Os 40 alunos do 2º ano da Escola de Ensino Médio Arsênio Ferreira Maia foram submetidos a uma entrevista com oito questões de múltipla escolha sobre diversos aspectos relacionados à Matemática. Além disso, a turma, em comum acordo com o professor, escolheu o tema produção de doce em escala industrial para ser trabalhado dentro da Geometria Espacial.

A seguir, apresenta-se a lista com os oito questionamentos.

- 1) Que sentimento você tem em relação a Matemática?
- 2) Com que frequência você utiliza a Matemática para resolver seus problemas do dia a dia?
- 3) Que conteúdos você mais dificuldades em aprender esse ano?
- 4) Qual é o fator que mais dificulta sua aprendizagem em Matemática?
- 5) Quantas horas por dia você dedica ao estudo da Matemática?
- 6) Com que frequência seu professor de Matemática busca relacionar teoria e prática?
- 7) Que conteúdos você teve mais dificuldade em aprender neste ano?
- 8) Em que você sente mais dificuldade na hora de estudar os conteúdos de Geometria Espacial?

3.1.2. ENTREVISTA COM O ADMINISTRADOR DA FÁBRICA

A turma foi dividida em cinco grupos onde cada grupo pegou um subtema e elaborou vários questionamentos para aplicar ao administrador da fábrica. Em seguida, cada grupo preparou uma apresentação em Powerpoint e expos para os demais alunos para que o conhecimento fosse compartilhado com todos.

SUBTEMAS:

1. Equipamentos e matéria-primas;
2. Processo de produção;
3. Envasamento da produção;
4. Transporte e comercialização;
5. Planejamento da produção de uma tonelada de doce.

3.1.3. VISITAS AOS LABORATÓRIOS DE INFORMÁTICA E MATEMÁTICA

O tema produção de doce e seus subtemas foram explorados, principalmente, na Internet, e outros locais como revistas e jornais. Já a Geometria Espacial teve sua parte teórica desenvolvida em sala de aula e aprofundada experimentalmente pelo manuseio dos sólidos geométricos em acrílico. Dessa forma, os alunos viram, na prática, o que é um vértice, uma aresta e uma face, bem como puderam fazer medidas, criar e resolver situações problemas de áreas e volumes usando as fórmulas estudadas no livro didático e depois calcular volumes de forma experimental enchendo os sólidos com água e medindo em uma proveta, depois comparar os resultados, calculando margem de erro e os possíveis fatores que levaram a essa diferença nos resultados. Assim, outro conteúdo pode ser trabalhado, no caso, a porcentagem, assunto do Ensino no Fundamental.

3.1.4. OFICINA DE MAQUETES

Foi proposto para as cinco equipes que escolhem um equipamento de uso na fábrica e confeccionassem uma maquete usando escala, fizessem uma planificação desse objeto, elaborassem uma situação-problema baseada nesse equipamento e apresentassem para os demais alunos explorando a maquete e a planificação.

3.2. LEVANTAMENTO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA

Depois da realização de todas as atividades e de posse das medidas dos diversos objetos de uso na fábrica, os alunos foram orientados pelo professor a criarem situações-problemas baseadas nesses equipamentos. A seguir vamos citar alguns desses problemas:

- 1) Qual é o formato e as dimensões de cada recipiente?
- 2) Qual a quantidade de leite ou doce que cabe dentro de cada recipiente?
- 3) Qual foi a quantidade de material utilizado para confeccionar cada recipiente?
- 4) Quantos potes de doce cabem dentro da caixa em forma de paralelepípedo retângulo?
- 5) Se o tanque cilíndrico mativesse a altura e o volume, mas mudasse o formato da base para triangular, quadrangular ou hexagonal, qual gastaria mais material para ser confeccionado?
- 6) De todos os cilindros de volume igual ao do tanque resfriador de leite, qual é o que possui menor área total? (Otimização)
- 7) Uma empresa dispõe de um estoque de folhas na forma quadrada, medindo y cm de lado. Qual deve ser a altura x cm da caixa com tampa, quando dobrar, para que o volume seja máximo? (Otimização)
- 8) Dentre os prismas de mesma altura, cuja base é quadrangular, e tem o mesmo perímetro, qual é o que tem o maior volume? (Otimização)

Como exposto anteriormente, a modelagem matemática proposta por Biembengut e Hein no livro *Modelagem Matemática no Ensino Médio*, se baseia em três etapas: Interação, Matematização e Modelo matemático. Tudo que foi realizado nas atividades acima citadas se encaixam nas duas primeiras etapas: Interação e Matematização. A seguir vamos resolver duas situações propostas acima para chegarmos nos modelos matemático e concluir assim as três etapas da modelagem.

1ª SITUAÇÃO: De todos os cilindros de volume igual ao do tanque resfriador de leite, qual é o que possui menor área total? (com tampa)

Seja $V_c = \pi r^2 h$ e $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ o volume e a área total de um cilindro, respectivamente de raio r e altura h . Vamos isolar primeiramente o valor de h na fórmula do volume e substituir na fórmula da área total.

$$h = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2}$$

$$A_t = 2\pi r^2 + \frac{2V}{\pi} \quad (\text{modelo matemático})$$

Agora vamos encontrar outra expressão para o volume, para que possamos fazer uma comparação com a fórmula inicial dada. Para isso, vamos determinar o ponto crítico dessa função através da derivada primeira da área e igualando a zero.

$$A_t = 2\pi r^2 + \frac{2V}{\pi}$$

$$A = 4\pi r - \frac{2V}{r^2}$$

$$4\pi r - \frac{2V}{r^2} = 0$$

$$4\pi r = \frac{2V}{r^2}$$

$$2V = 4\pi r^3$$

$$V = 2\pi r^3 \text{ (modelo matemático)}$$

Comparando as duas expressões do volume, temos que:

$$\pi r^2 h = 2\pi r^3$$

$$h = 2r$$

O cilindro que possui altura igual ao dobro do raio é o cilindro equilátero. Portanto, podemos concluir que é esse cilindro que possui medidas ideais, gastando menor quantidade de material para ser confeccionado.

De forma semelhante podemos fazer com o cilindro sem tampa, nesse caso, a altura será igual ao raio. Fica a cargo de o leitor realizar esses cálculos.

2ª SITUAÇÃO: Se o tanque cilíndrico tivesse a altura e o volume, mas mudasse o formato da base para um quadrado, qual gastaria mais material para ser confeccionado?

Seja $V_p = x \cdot x \cdot h$ o volume do prisma cuja aresta da base mede x cm e a altura mede h cm e $V_c = \pi r^2 h$ o volume do cilindro de raio medindo r cm e altura h cm, temos que:

$$V_p = V_c$$

$$x \cdot x \cdot h = \pi r^2 h \text{ (cancelando } h)$$

$$x^2 = \pi r^2$$

$$x = r\sqrt{\pi}$$

Sendo A_p a área total do prisma e A_c a área total do cilindro, temos que:

$$A_p = 2 \cdot x \cdot x + 2 \cdot x \cdot h + 2 \cdot x \cdot h$$

$$A_p = 2x^2 + 4xh \text{ (modelo matemático)}$$

$$A_c = 2\pi r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h \text{ (modelo matemático)}$$

PROPOSIÇÃO: A área total de um cilindro é sempre menor que a área de um prisma qualquer.

Demonstração: Vamos mostrar que $A_p > A_c$.

$2x^2 + 4xh > 2\pi r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$, substituindo x por $x = r\sqrt{\pi}$, temos que:

$2\pi r^2 + 4r\sqrt{\pi} \cdot h > 2\pi r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$ (cancelando $2\pi r^2$, r e h), temos que:

$$4\sqrt{\pi} > 2\pi$$

$$(4\sqrt{\pi})^2 > (2\pi)^2$$

$$16\pi = 4\pi^2 \text{ (dividindo por } 4\pi)$$

$$4 > \pi \text{ (verdadeiro)}$$

Portanto o prisma de mesma altura e mesmo volume gasta mais material para ser confeccionado que o cilindro.

De forma semelhante podemos fazer com o prisma de base triangular ou hexagonal.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após uma análise criteriosa das entrevistas, das apresentações e do desenvolvimento das atividades, verificou-se um engajamento maior dos alunos nas atividades que, até aquele momento, sequer faziam um exercício que lhes fosse proposto. O que motivou esse interesse foi estudar algo que estava relacionado à sua realidade, que é o princípio básico da modelagem matemática.

Possibilitou uma aproximação entre teoria e prática, mostrando que a matemática está mais presente no nosso cotidiano do que podemos imaginar. Propiciou também a compreensão do significado de situações reais, despertando neles um maior interesse em resolvê-las. Facilitou a troca de informações entre os alunos que se ajudaram mutuamente, levando a um trabalho pedagógico cooperativo.

Percebeu-se um aumento na autoestima, onde muitos passaram a se autovalorizar e a ser valorizados por todos. A experiência foi rica, pois os alunos apresentaram disposição para trabalhar com novos conteúdos, mostrar a capacidade que tem e a contribuição que podem dar se forem bem explorados.

Portanto podemos concluir que a Modelagem Matemática e a Etnomatemática podem ser ferramentas pedagógicas poderosas, uma vez que podem ser voltadas para um ensino rico, pleno de significado e possível de ser aplicada ao cotidiano, melhorando o nível de aprendizagem e, conseqüentemente, os índices de aprovação.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5ª ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Mais: Ensino Médio: Matemática**. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Mais: Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e modernidade**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade**. 7ª edi. São Paulo: Cortez, 2009.

Submetido em: Maio de 2016

Aprovado em: Novembro de 2016