

**ESTUDANDO FRAÇÕES: parangolés de ações em uma aula de matemática*****STUDYING FRACTIONS: parangolés of actions in a math class***

Ana Caroline Lima de Souza<sup>1</sup> - UFMS   
Claudia Steffany da Silva Miranda<sup>2</sup> - UFMS   
Suely Scherer<sup>3</sup> - UFMS 

**RESUMO**

Neste artigo apresentamos um estudo sobre aprendizagem com tecnologias digitais, em especial o computador conectado a um projetor multimídia, em uma aula de Matemática. O objetivo foi o de analisar como ocorrem ciclos de ações coletivas em uma aula de matemática, no uso de projetor multimídia, para o ensino de adição de frações. Os dados foram produzidos em uma turma do 6º ano de uma escola da rede pública de Manaus-AM e fazem parte de uma pesquisa de doutorado, em desenvolvimento. A análise dos dados foi realizada a partir de estudos sobre Ciclo de Ações Coletivo e Parangolé de Ações. Como resultado deste estudo, pode-se destacar que o uso do projetor multimídia favoreceu a construção coletiva do conhecimento de estudantes da turma investigada, porque externalizaram suas reflexões, decorrentes de internalizações individuais, ao vivenciarem parangolés e Ciclos de Ações Coletivos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Tecnologias digitais; Ciclo de Ações Coletivo; Parangolés; Interações; Ensino Fundamental.

**ABSTRACT**

In this scientific paper, we demonstrate a study about learning using digital technologies, in particular the computer connected to a multimedia projector in a math class. The goal is analysing how Collective Action Cycle happen in a math class using a multimedia projector to study fractions addition. The data was produced in a 6th grade of an elementary public school in Manaus-Am and takes part of a PhD research in progress. The data analysis was conducted from studies about Collective Action Cycle and Parangolés of Actions. As a result of this research, stands out that the use of multimedia projector contributed to collective construction of knowledge of the class, it exposed that the students reflections come from individuals' internalizations that experienced the Parangolés and the Collective Action Cycle.

**KEYWORDS:** Digital technologies; Collective Action Cycle; Parangolés; Interactions; Elementary School.

<sup>1</sup>Mestra em Educação em Ciências pela UEA e doutoranda em Educação Matemática pela UFMS. Docente da SEDUC-AM e SEMED-Manaus. EMAIL: ana.c.l.souza@ufms.br

<sup>2</sup>Mestra em Educação Matemática pela UFMS e doutoranda em Educação Matemática pela UFMS. Docente da SEMED de Campo Grande. EMAIL: claudia.steffany@ufms.br

<sup>3</sup>Doutora em Educação pela PUC-São Paulo com pós-doutorado em Educação pela UFPR. Docente associada da UFMS, atuando nos PPGs em Educação e Educação Matemática. EMAIL: suely.scherer@ufms.br

## INTRODUÇÃO

As tecnologias estão presentes na história há bastante tempo, auxiliando na realização de tarefas. Consideramos, neste artigo, a tecnologia como toda criação humana com um determinado objetivo, como o fogo, o quadro, o livro, o lápis, o computador, o projetor, entre outras. Já as tecnologias digitais são consideradas por nós como todas aquelas capazes de converter a linguagem humana em um código de computador, como afirma Oliveira (2019, p. 32):

As tecnologias capazes de transformar/transportar/converter qualquer linguagem (som, imagens, textos...) e/ou produzir dados e informações em código (tiras de 0 e 1) legível ao computador são chamadas de tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC).

Essas tecnologias têm contribuído para a realização de diversas atividades, inclusive atividades de ensino e da aprendizagem. Segundo Kenski (2003, p. 3), “[...]toda aprendizagem, em todos os tempos, é mediada pelas tecnologias disponíveis”. A partir dessa observação, podemos nos questionar: Quais tecnologias estão disponíveis nas escolas? Quais têm mediado a aprendizagem nesses locais? Será que, quando disponíveis, os professores, além de utilizarem tecnologias mais convencionais (quadro, livro didático, caderno) no espaço escolar, também reconhecem e usam tecnologias digitais (computador, data show, lousa digital, celular, entre outros recursos digitais) para favorecer o processo de aprendizagem dos estudantes?

Encontrar tecnologias digitais em algumas escolas não é algo tão raro, elas podem não ser variadas, mas estão disponíveis em muitas escolas. A respeito, Kenski (2003, p. 5) afirma que as tecnologias digitais “possibilitam novas formas de aprendizagens”. E um dos recursos que a maioria das escolas dispõe é o projetor multimídia. Diante desse entendimento, neste artigo apresentamos um estudo cujo objetivo é analisar como ocorrem ciclos de ações coletivos em uma aula de matemática, com uso de projetor multimídia, para o ensino de adição de frações, a partir de dados produzidos em uma pesquisa de doutorado, em desenvolvimento (de autoria de uma das autoras desta investigação).

Os dados que apresentamos foram produzidos em uma aula de Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental, na qual foi utilizado o projetor multimídia, um notebook e um aplicativo para ensinar o conceito de adição de frações, considerando os movimentos de ciclos de ações coletivos. Orientamo-nos pelos estudos de Carvalho (2019) que, a partir do Ciclo de Ações de Valente (2005), propôs o Ciclo de Ações Coletivo, que trata de processos de ensino e aprendizagem ao utilizar a lousa digital. No caso da pesquisa que realizamos, foi usado o projetor multimídia como uma grande lousa digital, tecnologia disponível na escola onde os dados da pesquisa foram produzidos.

## CAMINHO DA PESQUISA

A produção de dados da pesquisa foi realizada na cidade de Manaus, em uma escola da rede pública do estado de Amazonas, com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, composta por 34 estudantes. Ao longo do ano letivo de 2022, a professora da disciplina de Matemática, uma das autoras deste artigo, gravou suas aulas, com autorização de alunos e seus responsáveis e organizou um diário de aulas para orientar a produção e análise de dados. Dessas

aulas gravadas, para esta investigação, foi selecionada uma para analisar como ocorrem os Ciclos de Ações Coletivas.

O projeto de pesquisa teve aprovação do Comitê de Ética (CAAE nº 53955321.3.0000.0021) e assinatura dos termos pelos responsáveis e alunos. Embora os termos estivessem assinados, optamos por não identificar a imagem dos alunos, bem como seus nomes. Portanto, durante a transcrição e análise das falas, aparecem somente as letras iniciais dos nomes de cada estudante (por exemplo, se o aluno se chama João, foi identificado com a letra J). Quando e repetiam letras iniciais, utilizamos uma segunda letra do nome para que fosse possível diferenciá-los.

A transcrição dos diálogos ocorridos em aula foi realizada pelas pesquisadoras que assistiram ao vídeo da aula, de modo literal, respeitando o modo de falar de cada estudante, por isso alguns vícios de linguagem aparecem em determinados momentos. Nos diálogos transcritos usamos uma cor para cada aluno, para serem identificados mais facilmente nos Parangolés de Ações.

A escolha da turma se deu pelo fato da professora-pesquisadora ser a conselheira da classe. Em outras palavras, a turma que mais teria contato ao longo do ano letivo de 2022. Além disso, a aula que analisamos, para artigo, foi escolhida pensando no objetivo do estudo. Assim, optamos por uma aula cujo tempo de gravação fosse menor, devido a transcrição dos diálogos necessária para este estudo, haja vista que foi o momento em que os alunos mais externalizaram propostas. Nesse cenário, seria possível analisar os Ciclos de Ações Coletivas que se constituíram durante a aula, segundo os apontamentos de Carvalho (2019).

Para a gravação das aulas, foi utilizado o celular pessoal da professora-pesquisadora e um tripé para posicioná-lo de maneira que a filmagem capturasse a lousa branca e a projeção. No entanto, a imagem da lousa ficou muito clara no vídeo, tornando difícil a visualização do aplicativo e registros realizados. Por isso, alguns registros realizados durante a aula com o aplicativo foram refeitos fielmente pelas autoras, a fim de que fossem apresentados neste artigo, a fim de melhor explicitar o processo de construção coletivo.

O tema da aula foi “adição de frações com denominadores diferentes”. Uma continuidade da aula em que se iniciou o ensino da adição de frações, explorando adições de frações com denominadores iguais. O desenvolvimento dele ocorreu por meio de um site utilizado, o Fraction: Intro<sup>4</sup>, na aba Lab, por ser um aplicativo que oportuniza a realização de operações com frações a partir da ideia parte-todo, usando a representação de partes ou superfícies de retângulos ou círculos.

A aula gravada cujos dados foram analisados teve uma duração de aproximadamente 30 minutos (27 minutos e 04 segundos), já descontado o tempo de montagem do equipamento.

Quanto às transcrições, a voz dos alunos ficou muito baixa e alguns diálogos não foram possíveis de serem compreendidos, caracterizando-se como sussurros. A identificação de cada aluno, durante a transcrição da gravação, foi feita pela professora da turma, uma vez que reconhecia cada estudante em virtude do convívio rotineiro de sala de aula.

Representamos cada estudante e professora com uma cor diferente, essa mesma cor foi utilizada na capa do parangolé constituído, que é apresentado na análise de dados. É importante ressaltar que nem todos os diálogos da aula serão expostos neste artigo devido à limitação de páginas e ao objetivo do estudo.

Antes da análise realizada, apresentaremos alguns aspectos teóricos que orientaram o estudo apresentado nesta investigação.

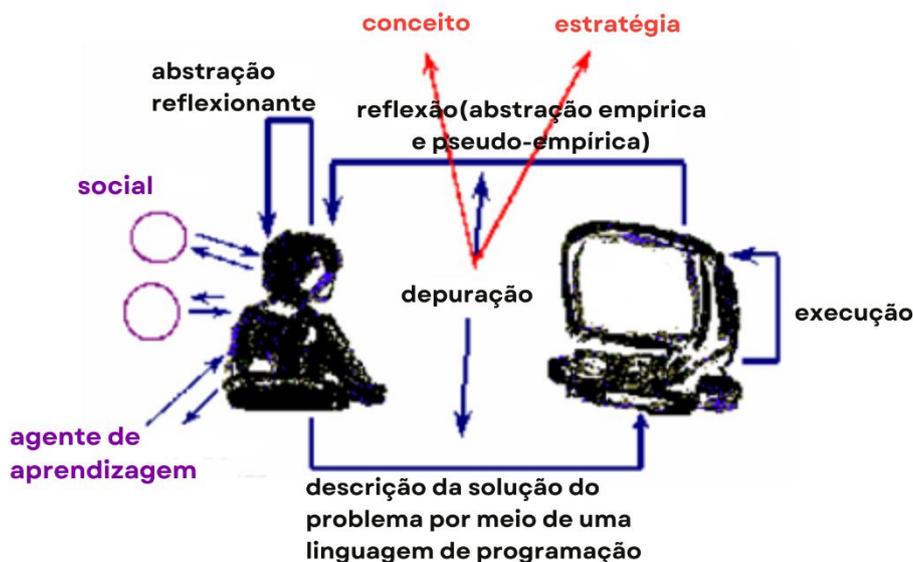
---

<sup>4</sup>Disponível em: [https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro_en.html).

## SOBRE O CICLO DE AÇÕES COLETIVO E OS PARANGOLÉS DE AÇÕES

O estudo de Carvalho (2019) sobre o Ciclo de Ações coletivo partiu da proposta do ciclo de ações individual defendido por Valente (2005). Este ciclo é apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Ciclo de Ações



Fonte: Valente (2005, p. 66).

Neste Ciclo, Valente (2005) apresenta o processo de aprendizagem do indivíduo em interação com o computador, a qual o aprendiz busca uma solução para um problema. Para isso, o aprendiz faz uma descrição, usando uma linguagem ou comando de aplicativo, para o computador executar. Após visualizar o que é apresentado no computador, o aprendiz reflete sobre a execução realizada e depura o conceito ou estratégia utilizada por ele, para encontrar a resposta ao problema. Caso não esteja satisfeito, inicia um novo ciclo com uma nova descrição. Nesse momento, o aprendiz, possivelmente, possuirá um conhecimento em um patamar superior em comparação ao que tinha quando começou a vivenciar o ciclo.

O Ciclo de Ações apresentado por Valente (2005) se inicia toda vez que o aluno faz a descrição no computador, já no Ciclo de Ações Coletivo, em que há uma única grande tela de computador compartilhada para toda a turma de alunos (através do projetor, por exemplo). Nesse último cenário, o ciclo se inicia quando ocorre a primeira proposta de descrição externalizada por algum aluno do grupo, que está buscando solução para algum problema, sem que, necessariamente, a descrição seja inserida no aplicativo usado para resolver o problema. Isso porque, segundo Carvalho (2019), as decisões sobre a descrição no aplicativo são coletivas, não individuais.

A ação de um aluno, ao externalizar sua proposta de descrição, inicia um ciclo, pois, os outros alunos podem internalizar a primeira proposta e externalizar novas propostas de descrições, resultado de reflexões e depurações de cada indivíduo, ou seja, que podem ser em concordância, complementariedade ou contrárias à proposta anterior. Nesse movimento de interação, conforme as externalizações forem acontecendo, os alunos serão mediados pelo professor e chegarão a um acordo sobre uma descrição a ser inserida no aplicativo.

Assim, ao propor ações com a Lousa Digital em sala de aula, norteadas por uma abordagem construcionista, pode ocorrer uma construção coletiva de conhecimentos e movimentos de aprendizagem a partir da interação entre indivíduos, destes com o objeto de estudo, com o software escolhido e a tecnologia da Lousa Digital. Esse movimento de aprendizagem afeta e é afetado, durante todo o movimento, pelos processos individuais de aprendizagem (internalizações e externalizações) de cada um dos participantes (Carvalho; Scherer, 2021, p. 94).

Esta primeira etapa do Ciclo de Ações Coletivo é chamada de Parangolé de Ações. Carvalho (2019) utiliza a metáfora do parangolé (referência à obra do artista plástico Hélio Oiticica) para exemplificar esses movimentos de internalização e externalização que ocorrem na interação entre os alunos, o professor e as tecnologias digitais. Na criação de Oiticica, os parangolés são compostos por vestimentas com cores vivas que tornam, aqueles que as vestem, parte integrante da obra de arte, criando movimentos e características únicas. De maneira semelhante, na proposta de Carvalho (2019), cada indivíduo que participa da ação é representado por uma única cor na imagem dos parangolés e formam assim traços únicos, de acordo com a participação de cada aluno durante a aula.

A seguir, apresentaremos, na Figura 2, uma capa de um parangolé de ações, lembrando que ele está sempre em movimento, constituindo-se de modo diferente em cada grupo, cada proposta.

**Figura 2** – Capa de um parangolé de ações



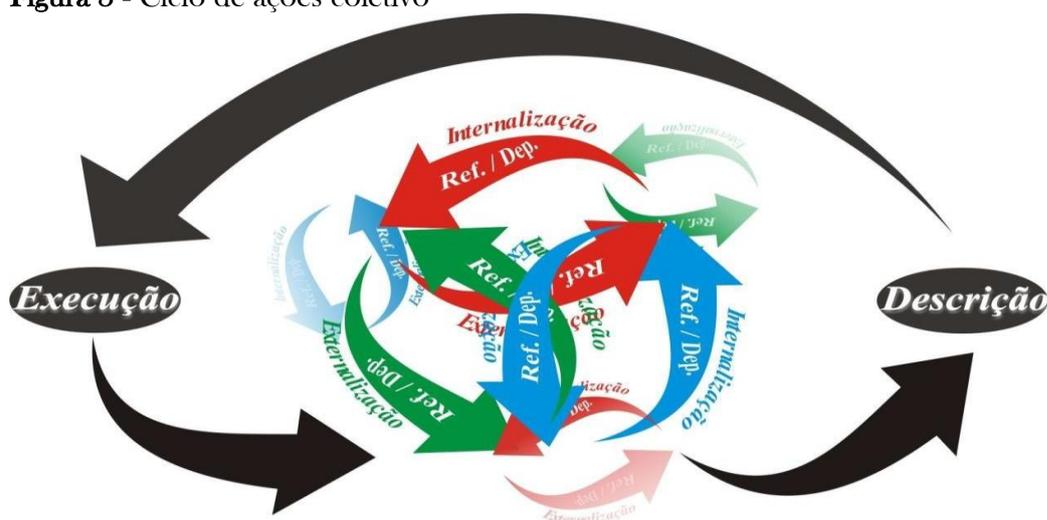
Fonte: Carvalho (2019, p. 65).

Os parangolés são únicos para cada sujeito que vivencia o ciclo, por isso as cores de cada um são diferentes. A Figura 2 é uma capa de um parangolé composto por movimentos de internalizações (processo de cada indivíduo, não observável) e externalizações (acessíveis a todo grupo) de três indivíduos representados pelas cores vermelho, azul e verde que se torna singular

a cada novo ciclo. As etapas de reflexão (Ref.) e depuração (Dep.) também constituem a capa de um parangolé, já que ocorrem durante as interações entre os alunos, a fim de solucionar o que lhes é proposto pelo professor, mediador do processo, também aprendiz (Carvalho, 2019).

Após a constituição de um parangolé de ações, com reflexões e depurações individuais, decorrentes de internalizações e externalizações, faz-se a descrição no computador, que a executa, oportunizando o início da vivência de um novo parangolé, reiniciando o ciclo, conforme indicado na Figura 3:

**Figura 3 -** Ciclo de ações coletivo



Fonte: Carvalho (2019, p. 68).

Segundo Carvalho (2019, p.50), a lousa digital em seus estudos é considerada como uma “grande tela de computador com a qual se tem a possibilidade de oportunizar momentos de construção coletiva de conhecimentos com uso de tecnologia digital”. Do mesmo modo, consideramos que a área de projeção obtida ao usar o projetor multimídia, bem como a grande tela de computador, como meios que oportunizam a vivência de Ciclos de Ações coletivos, ao manipular a projeção em um notebook, por exemplo.

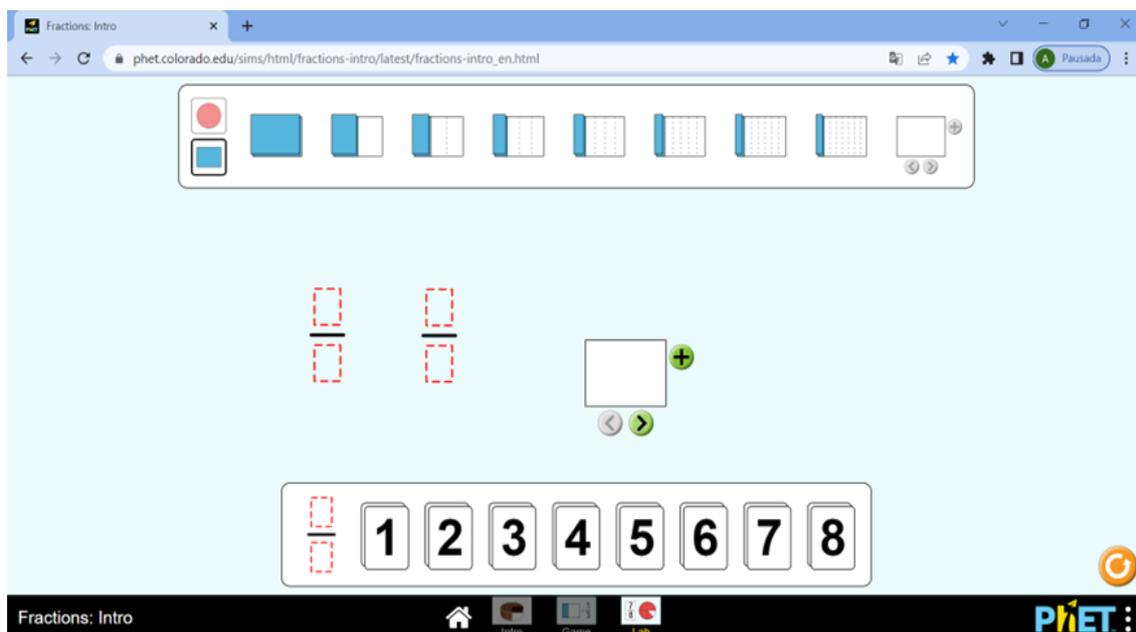
Neste sentido, acreditamos que as ações que podem ocorrer, ao vivenciar um Ciclo de Ações Coletivo com o uso da Lousa Digital, acontecem da mesma maneira quando se usa o projetor multimídia conectado a um computador, exceto o fato de muitas lousas serem de toque. Assim, neste artigo, apresentamos um estudo com o objetivo de analisar como ocorrem Ciclos de Ações coletivos em uma aula de Matemática, com o uso de projetor multimídia, ao ensinar adição de frações.

### ADICIONANDO FRAÇÕES E VIVENCIANDO CICLOS DE AÇÕES COLETIVOS

No dia da aula de Matemática em que dados da pesquisa que aqui apresentamos foram produzidos, estiveram presentes 26 alunos da turma do 6º ano do Ensino Fundamental. Ao todo, são 34 alunos matriculados na turma.

O site utilizado para desenvolver a atividade proposta foi o Fraction: Intro. Na Imagem 1 apresentamos a interface inicial do aplicativo.

#### Imagem 1 - Print da interface do aplicativo Fraction: Intro: Lab

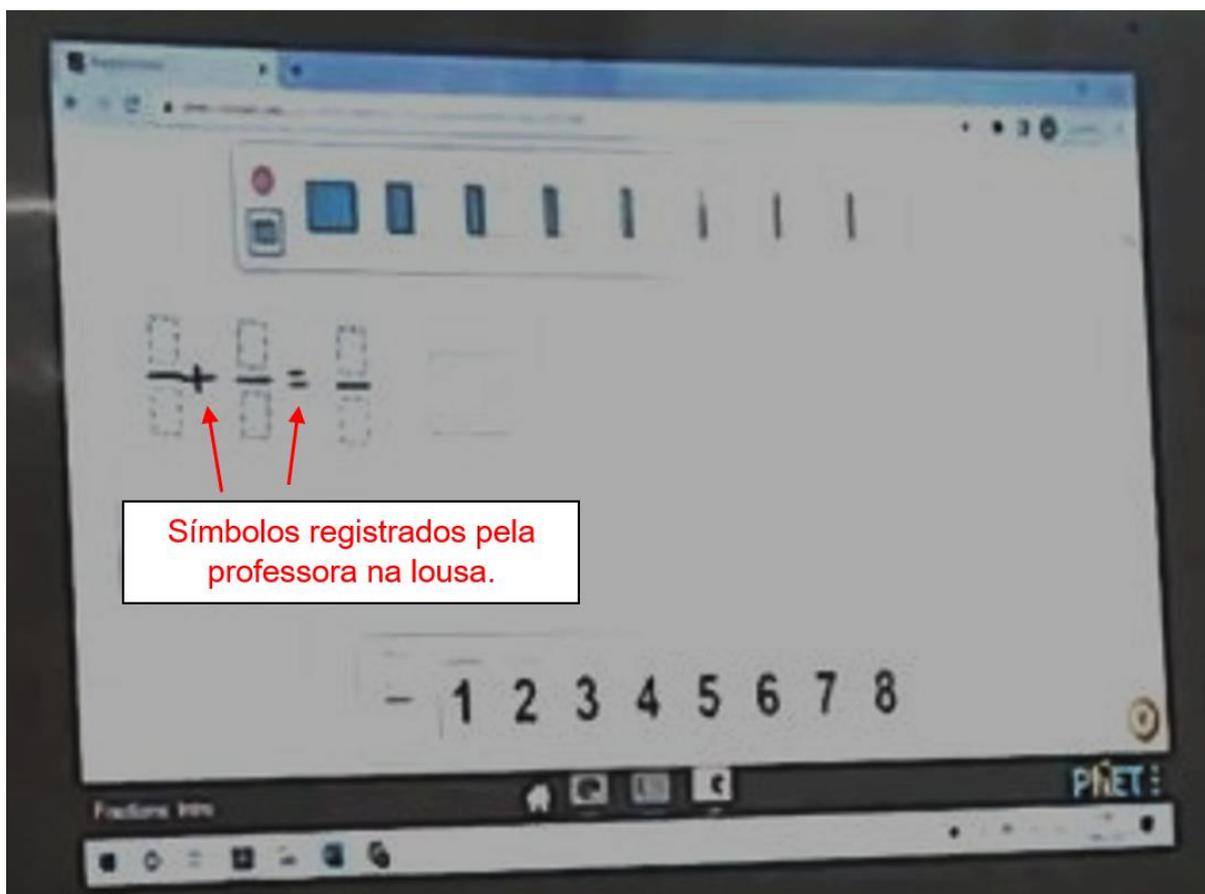


Fonte: [https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro_en.html). Acesso em: 19 de nov. 2022.

Este aplicativo apresentou algumas limitações para ser usado na realização de adições, pois não havia a possibilidade de inserir símbolos matemáticos, como o sinal da adição (+) e o da igualdade (=), mas ainda assim o consideramos adequado para construir o conceito de adição de frações por equivalência.

Além disso, havia o limitador do tipo de frações, que poderiam ser inseridas para explorar adições, pois cada inteiro só podia ser dividido em até oito partes. Neste caso, optamos por realizar o registro desses símbolos usando o pincel para quadro branco sobre a área de projeção, que era realizada sobre parte da lousa branca. Na Imagem 2 mostraremos como fazíamos esse registro.

**Imagem 2** - Anotações sobre a projeção no quadro branco



Fonte: das autoras (2022).

A seguir analisaremos o diálogo que constituiu os primeiros parangolés. Ressalta-se que esse diálogo se refere à realização de uma atividade de adição de frações, tendo sido o aplicativo usado, já mencionado, em aulas anteriores para explorar outros conceitos de frações. Por isso, os alunos já estavam familiarizados com ele.

Ademais, a respeito do conceito explorado, a professora havia ensinado sem uso de aplicativos, relacionado ao conceito de frações equivalentes e soma de frações. É importante mencionar que o fato de terem estudado esse conceito anteriormente não implica, necessariamente, na sua compreensão e a representação foi apenas numérica.

Em seguida, organizada a sala e ligado o notebook e o projetor multimídia, os alunos foram convidados a dialogar com a professora sobre a atividade proposta: realizar a adição  $2/4 + 3/2$ .

A professora, com o aplicativo aberto em tela, iniciou o diálogo:

*Professora: Olha só, primeiro eu vou representar a primeira fração. Como que eu faço isso?*

Neste momento a professora fez movimentações no aplicativo, projetado na lousa branca para os alunos visualizarem. Ela arrastou um retângulo não preenchido do canto superior direito da tela, para representar as frações que estão sendo somadas ( $2/4 + 3/2$ ) e inicia um diálogo:

*Aluno DR: Humm...botando quatro.*

*Aluna DV: Dividindo em quatro.*

*Professora: Isso. Dividindo em quatro e...?*

*Aluna DC: Pintando dois.*

*Professora: Isso. Boa! Um, dois. Isso daqui, só de olhar, é igual a quanto?*

*Aluna DV: A dois quartos.*

*Aluno DR: Cinco!*

*Aluna DC: Meio?*

*Professora: É igual a metade que é um meio, né, não é isso?*

Nesse momento da aula a professora realizou anotações no quadro branco, ela colocou no quadro a igualdade dita pela aluna DC,  $2/4=1/2$ . Vale mencionar que, como foram várias falas, a resposta de DR não foi ouvida naquele momento da aula; portanto, não foi questionada a justificativa da mesma.

No entanto, a resposta “Cinco!” pode ter surgido da soma dos numeradores  $2 + 3$  realizada pela aluna DR, em que ela não usou a informação correta de que, para adicionar as duas frações, seria necessário ter frações com denominadores iguais, ou seja, duas frações oriundas de inteiros fracionados com o mesmo número de partes.

Em cenários como esse, Cury (2019) defende a ideia de que os erros devem ser aproveitados para a aprendizagem pois, é comum ocorrer o processo de *sobregeneralização* da regra de multiplicação quando os alunos passam a estudar adição de frações, na qual tendem a somar os numeradores e, em seguida, os denominadores. Assim, o professor poderia apresentar exemplos onde e em quais condições tal situação seria possível, levando-os ao aprofundamento conceitual.

*Professora: Então eu já sei que dois quartos é igual a um meio. Aqui já... já mata a minha charada, né? Mas aí, vamos continuar trabalhando em cima da representação* (Aqui a professora estava se referindo ao fato de se termos  $1/2 + 3/2$ , teremos  $4/2$  (quatro meios ou quatro metades de um inteiro).

*Aluno MG: Cinco!*

*Professora: Essa segunda fração, como eu faço?*

*Aluno DR: Dois!*

*Professora: Duas divisões... pinto?*

*Aluno DR: E três.*

*Professora: Como que eu vou pintar três se tenho apenas duas?*

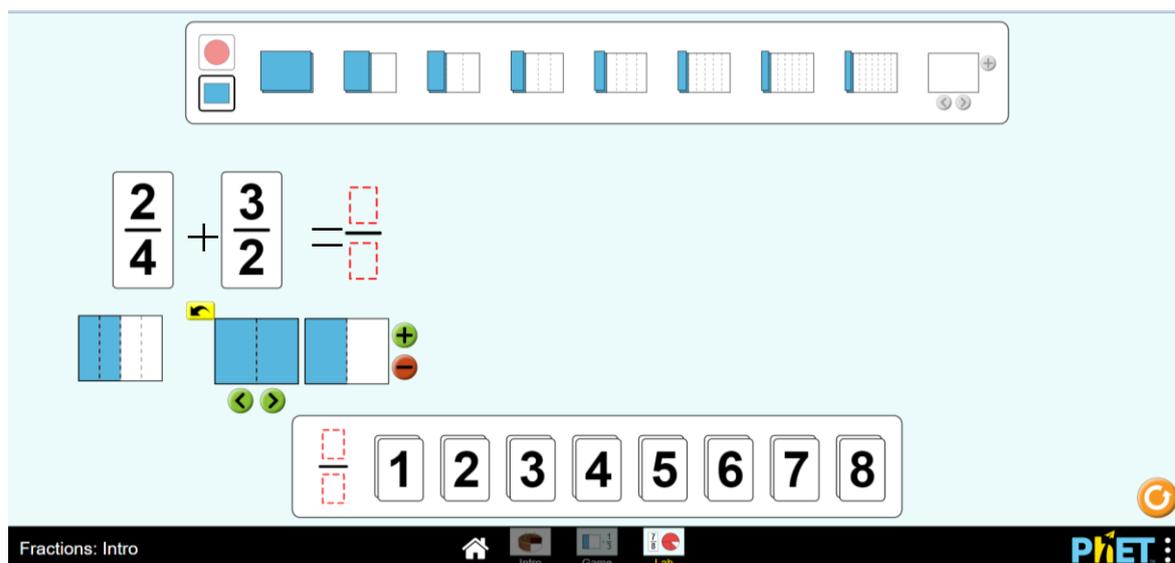
*Aluno DR: Botando mais uma divisão.*

*Professora: Ah tá, colocando mais um retângulo, né? Com...?*

*Aluno DR: Duas divisões.*

O aluno DR estava se referindo à representação da Imagem 3.

**Imagem 3** - Representação geométrica da fração  $3/2$  sugerida pelo aluno DR



Fonte: [https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro_en.html). Acesso em: 09 de abril 2023.

**Professora:** *Duas divisões. Vamos lá. Um... dois... três. Então aqui a gente tem três meios. Só que pra gente fazer essa união dessas partes, né, fazer essa soma, eu vou precisar que todos os retângulos estejam divididos no mesmo número de partes. Como que eu faço agora?* (Talvez aqui a professora poderia ter questionado, como podemos somar estas partes, sendo que os inteiros estão divididos em partes diferentes- o primeiro está dividido em quatro partes e na segunda fração, o inteiro está dividido em duas partes)

**Aluno A:** *Dividindo...*

**Professora:** *Que partes? De quê?*

**Aluno DR:** *Aumenta mais a divisão.*

**Professora:** *De qual retângulo?*

**Aluno DR:** *Do três.*

**Professora:** *Eu aumento aqui?* (indicando um dos retângulos que representavam a segunda fração). *Aumento pra quanto DR?*

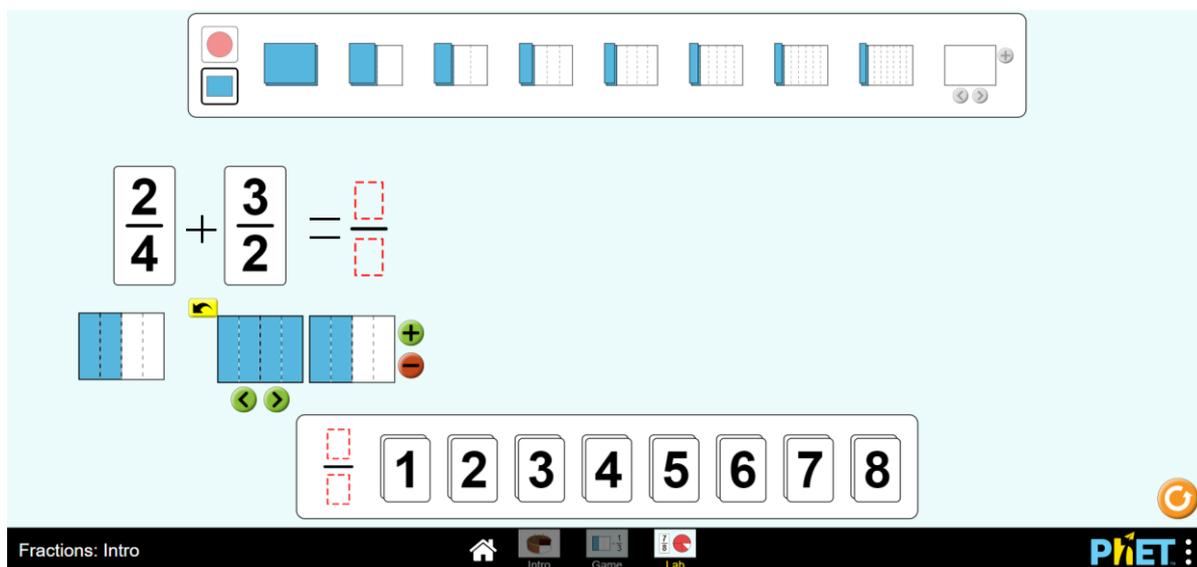
**Aluna DC:** *Pra quatro.*

**Professora:** *Pra quatro? Então vamos lá. Três, quatro divisões* (aumentando na representação o número de partes divididas para quatro). *Aqui também, né?* (indicando o segundo retângulo que representava a segunda fração). *Três, quatro divisões.*

Nesse momento a professora poderia ter pedido para que a aluna DC justificasse o motivo de dividir em quatro partes cada retângulo, e ainda poderia questionar se todos concordavam e se havia outra proposta de descrição. Mas, refletimos sobre esses pontos apenas ao analisar os dados produzidos. Vale destacar que, conforme os estudos de Carvalho (2019), podemos dizer que as pesquisadoras, sendo uma delas professora da turma, também vivenciam o ciclo. Nesse caso, houve a etapa de reflexão e depuração após a análise da aula.

Em outras palavras, nesse diálogo, a professora aumentou o número de partes em que os dois últimos retângulos estavam divididos, manipulando no aplicativo, até ficar na representação desejada pelos alunos. Na Imagem 4, apresentamos como ficou a representação.

**Imagem 4** - Aumento de divisões na representação geométrica de  $3/2$  sugerida pela aluna DC



Fonte: [https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro_en.html). Acesso em: 09 de abril de 2023.

Podemos observar que as primeiras externalizações (Carvalho, 2019) dos alunos ocorreram na tentativa de sugerir uma primeira descrição, com o objetivo de ser realizada no aplicativo, a partir de um questionamento da professora: “Como que eu faço isso?” (ela se referia a representação de  $2/4$  usando retângulos no ambiente do aplicativo).

O aluno DR disse: “botando quatro”. A aluna DV: “dividindo em quatro”, o que ela pode ter externalizado a partir de alguma internalização anterior, ou a partir de uma reflexão após a externalização do aluno DR. No caso, no aplicativo, podemos “dividir em quatro partes o retângulo vazado” e inserir duas partes nele (que representam  $1/4$  cada), ou podemos colocar diretamente no retângulo vazado, duas partes pintadas que representam  $1/4$  do inteiro cada, sem o dividir inicialmente. Nesse diálogo, os alunos optaram por seguir a primeira descrição, uma vez que era um movimento ao qual eles já vinham fazendo em aulas anteriores.

A professora, ao ouvir a resposta dos alunos, questionou: “e agora o que devemos fazer?”. Novamente, ao levantar um questionamento, os alunos responderam. Neste caso, a aluna DC e a aluna DV externalizaram suas ideias (Carvalho, 2019) e os demais pareceram concordar com as proposições das colegas, nada comentando.

Entre a externalização (Carvalho, 2019) do aluno DR e o aluno MG, a aluna DC fez uma pergunta, e a professora foi à lousa representar a descrição externalizada pela aluna, encerrando assim a representação da primeira fração  $2/4$  no aplicativo, pois os alunos não fizeram novas proposições.

Observamos que o aluno DR externalizou algo que não foi dito anteriormente, ele disse que a representação era a mesma coisa que cinco; logo após, observamos que o aluno MG pode ter sido influenciado pela resposta do aluno DR, pois ele externalizou a mesma coisa. Não sabemos se esses alunos se referiam a cinco, como sendo representação de meio (0,5), ou se estavam somando os numeradores das frações  $2/4$  e  $3/2$ , sem observar que não representam frações de inteiros divididos em um mesmo número de parte. Como comentando anteriormente, no momento da aula, a professora não se atentou a essas falas dos alunos e eles não foram questionados sobre suas proposições.

Em seguida, iniciamos um novo ciclo de ações (Carvalho, 2019) quando a professora questionou aos alunos a respeito de como representariam a segunda fração  $\frac{3}{2}$ , para somar, à primeira fração, já representada no retângulo.

Enquanto o aluno DR ia falando para a professora como se poderia fazer a representação da fração  $\frac{3}{2}$ , dividindo o retângulo em duas partes e pintando 3 partes, somente a docente e o discente DR externalizaram (Carvalho, 2019) suas certezas. Não sabemos se os outros alunos estavam internalizando o que estava sendo dito pelo aluno DR e pela professora, pois não realizaram nenhuma externalização. Naquele momento, poderíamos ter questionado mais os alunos para que externalizassem suas certezas, mas seguimos com a proposição de DR.

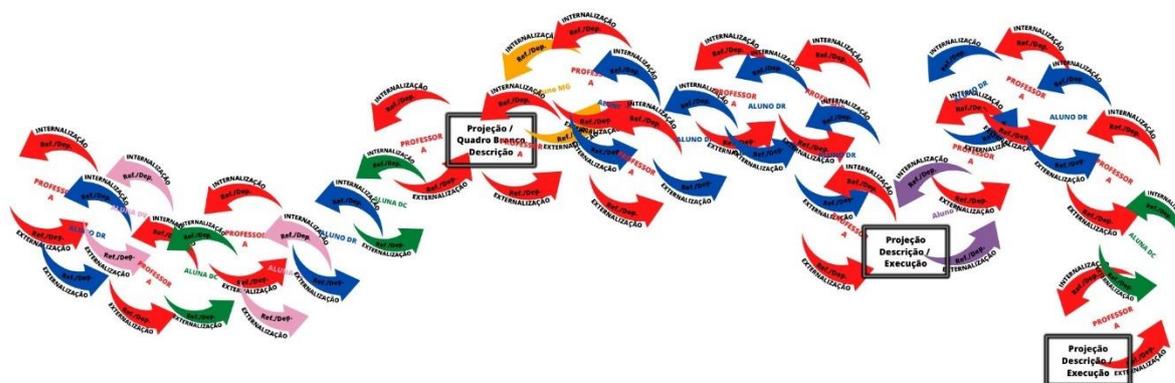
Após a professora questionar o aluno DR sobre como pintaria três partes se somente tinha um retângulo dividido em duas partes e ele responder: “botando mais uma divisão”, ela poderia ter aguardado as externalizações (Carvalho, 2019) de outros alunos. Porém, ela apenas afirmou: “colocando mais um retângulo”, antes dos alunos começarem a externalizar. Essa ação inviabilizou sabermos mais sobre as internalizações dos alunos sobre essa representação. O movimento de externalizar o pensamento é muito importante, pois permite que o professor analise a compreensão de cada aluno, mobilizando-o para novas aprendizagens, para confirmar certezas...

Após representar as duas frações usando retângulos, a professora questionou aos alunos como eles fariam para obter a soma das duas frações, sendo que havia partes em um inteiro dividido em 4 partes ( $\frac{2}{4}$ ) e partes em inteiros divididos em 2 partes ( $\frac{3}{2}$ ). Naquele momento, observamos que o aluno A realizou sua primeira externalização (Carvalho, 2019) ao dizer que deveria dividir em mais partes os retângulos para realizar a soma das frações. É importante mencionar que, apesar do aluno só ter realizado uma externalização naquele momento, ele pode ter internalizado conhecimentos nos momentos anteriores da aula.

Após a externalização do aluno A, a professora questionou o que deveria ser dividido e o aluno DR respondeu que o número de partes do inteiro deveria aumentar. Quando questionado sobre o que deveria ser dividido, ele respondeu “o três”, parecendo se referir à representação da fração  $\frac{3}{2}$ . Em seguida, a aluna DC externalizou que este inteiro deveria ser dividido em quatro partes. Com essas proposições, a professora realizou as representações das frações no aplicativo, aumentando o número de partes em que os dois últimos inteiros estavam divididos para 4 partes iguais (o aplicativo possibilita aumentar o número de partes em que o inteiro está dividido ao clicar no botão “+” ao lado do retângulo).

Esse diálogo oportunizou constituir o Ciclo de Ações Coletivo (Carvalho, 2019) que apresentamos na Figura 4, a partir de uma capa de parangolé.

Figura 4 - Ciclo de Ações Coletivo (início das discussões sobre a soma de  $2/4$  e  $3/2$ )



Fonte: das autoras.

Em diálogo com os alunos, envolvido por dúvidas e questionamentos, a aula teve continuidade antes que se chegasse a uma conclusão. Segundo Carvalho (2019), são esses movimentos que influenciam em novos parangolés e ciclos, os quais não serão apresentados neste artigo devido à sua extensão, sendo reservado para as análises da tese de doutorado em andamento. No entanto, optamos por apresentar o desfecho da aula com a conclusão dos alunos após serem questionados sobre qual seria o valor da soma das frações  $2/4$  e  $3/2$ .

**Professora:** *Ei, MT, olha a pergunta que eu fiz, presta atenção... O quê que a gente precisava fazer? O quê que a gente precisava fazer?*

**Aluno E:** *Dividir em quatro partes.*

**Professora:** *Dividir em...?*

**Aluno E:** *Quatro partes.*

**Professora:** *Em quatro? Então vamos lá. A gente vai pegar, vai dividir em quatro.*

**Aluno DR:** *Ei, professora, já tinha outra.*

O aluno DR estava se referindo a outro retângulo vazado que se encontrava na tela projetada.

**Professora:** *Isso a gente tem essa outra... vamos deixar essa outra reservada aqui, que a gente vai usar se for preciso, tá? Então, vamos lá, vamos começar a preencher. Aqui tem 2, né? Dois quartos, esses dois quartos, eu vou tirar e vou colocar aqui na nossa resposta, vamos lá. Dois quartos, coloquei. Agora, eu vou acrescentar os seis quartos (se referindo a fração obtida a partir da fração  $3/2$  ao aumentar o número de divisões do retângulo, de 2 para 4 partes), como que eu faço?*

**Aluno E:** *Pega outra...*

**Aluno VL:** *Pega outro, professora.*

**Professora:** *Vou precisar de outro retângulo?*

**Turma:** *Sim, sim, sim.*

**Professora:** *Dividido em quantas partes?*

**Aluno DR:** *Em quatro*

**Aluno A:** *Quatro*

**Professora:** *Em quatro partes, né? E aí, o que eu faço?*

**Aluno DR:** *Pinta tudo!*

**Professora:** *Vou pintar tudo? Vamos lá, eu vou primeiro pintar tudo lá, mas conforme eu vou tirando, eu vou colocar aqui, tá?* (se referindo que iria retirar cada parte -  $\frac{1}{4}$  - dos retângulos e colocar em outro retângulo que representaria a resposta.

Aqui, é importante dizer que a professora poderia simplesmente contar quantos quartos havia ao todo, pois já era possível juntar, contando um a um. No entanto, fez a opção de colocar cada parte em um outro retângulo já dividido em quatro partes. Ao todo, dois retângulos. E ela foi preenchendo, movendo as partes. *Tirei um, coloco aqui (novo retângulo). Tirei dois, coloco aqui. Tirei três, coloco aqui. Tirei quatro, devolvo para cá para resposta. Sobrou dois, o que é que eu faço?*

**Aluno DR:** *Bota na outra divisão.*

**Professora:** *Coloco lá no outro, né? Então, vamos lá... um...dois! Cobri tudo.*

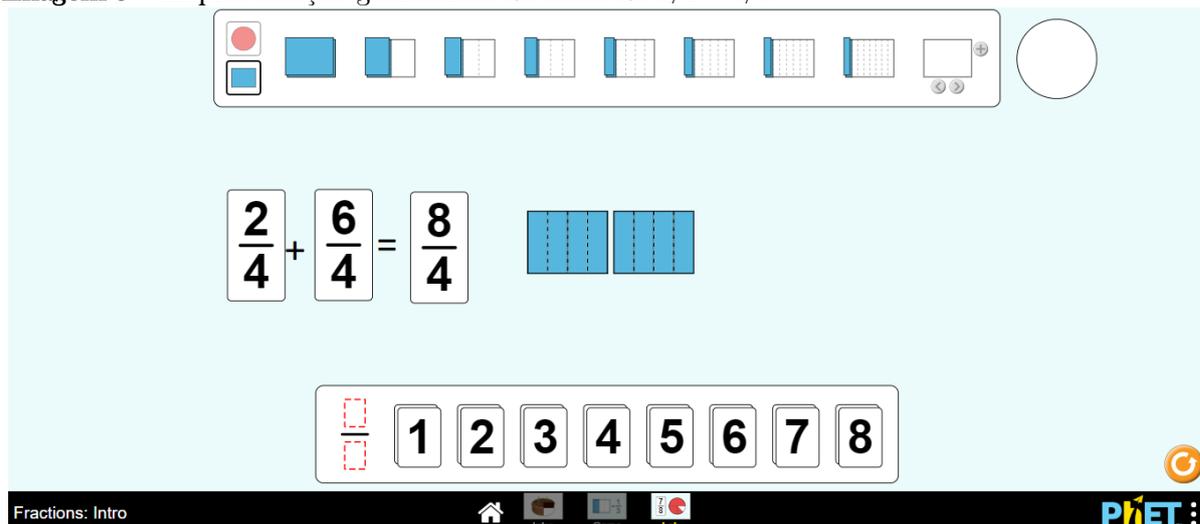
**Aluno A:** *Aêêê!!*

**Professora:** *Tiramos tudo, né?*

**Turma:** *Siiim!!*

**Professora:** *E colocamos na resposta. Quanto que deu nossa resposta? (indicando a Imagem 5, que neste momento se encontrava projetada no quadro branco):*

**Imagem 5** – Representação geométrica da soma de  $\frac{2}{4} + \frac{6}{4}$



Fonte: [https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro_en.html). Acesso em: 09 de abril 2023.

**Aluno DR:** *Oito quartos.*

**Aluno MT:** *Oito quartos.*

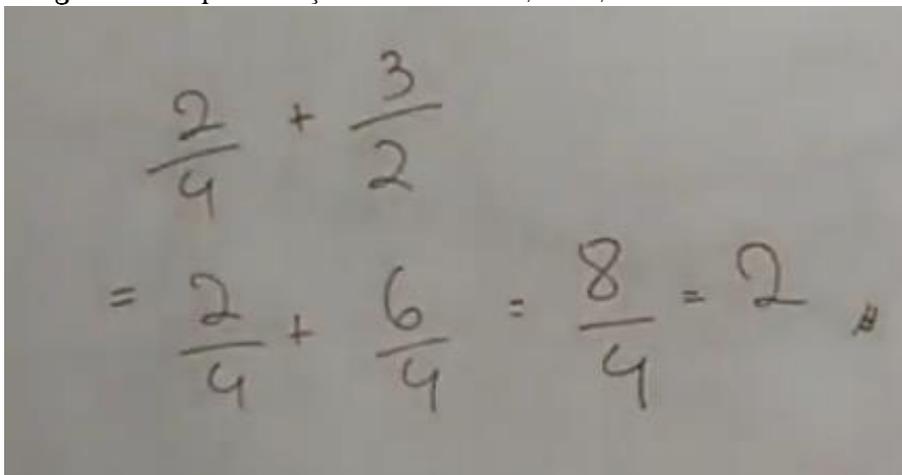
**Professora:** *Oito... quartos. Muito bom! Só que esses oito quartos aqui, preencheram esses dois retângulos. Isso é igual a quanto?*

**Turma:** *Dois inteiros!*

A interação entre professora e alunos é importante durante esse processo. Conforme afirma Carvalho (2019), apesar da importância e das possibilidades de interação que o projetor e o aplicativo proporcionam aos alunos, sem a mediação da professora, o planejamento e a escolha dos recursos, não seria possível a vivência do Ciclo. Portanto, o envolvimento dos alunos com a participação da professora é fundamental para que essa vivência aconteça.

Para finalizar a aula, a professora registrou a operação do quadro branco, consoante a imagem seguinte:

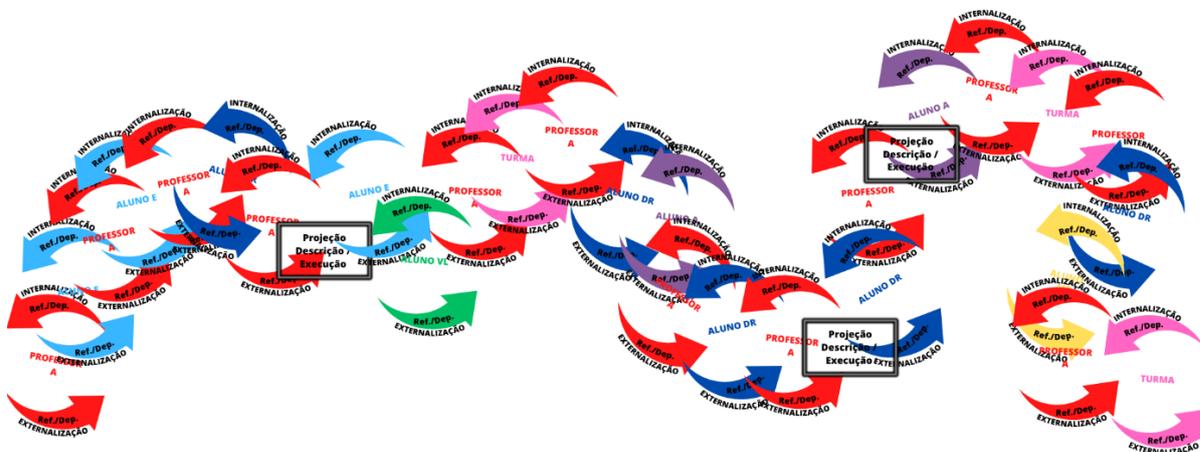
Imagem 6 - Representação da soma de  $\frac{2}{4} + \frac{6}{4}$



Fonte: das autoras.

Desse segundo momento, na obtenção do valor da soma se vivencia um novo Ciclo de Ações Coletivo (Carvalho, 2019) (que pode ser considerado continuidade do ciclo anterior), sobretudo na representação de parangolés. Nele, novas cores aparecem, conforme ilustra a Figura 5, representando externalizações de outros estudantes, decorrentes de internalizações que possivelmente estavam acontecendo na aula.

Figura 5 - Ciclo de Ações Coletivo (fechamento das discussões sobre a soma de  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{3}{2}$ )



Fonte: das autoras.

Outro fator que chama atenção neste segundo momento é a voz conjunta da turma ao responder os questionamentos da professora. Observa-se a concordância nas falas de uma grande parcela da turma, tornando a voz de muitos como uma única voz, na qual se torna difícil distinguir quais alunos responderam em coro. Por um lado, isso pode indicar o envolvimento dos alunos com o que estava sendo discutido; por outro, dificultou observar daqueles alunos que ainda não tinham certeza de sua resposta.

O fato de os alunos estarem todos observando as ações da professora ao movimentar as peças no aplicativo, enquanto eram questionados, várias externalizações aconteceram, o que pode ter contribuído para alguns alunos internalizarem informações e/ou externalizarem

(Carvalho, 2019). Aqui, vale ressaltar o papel da professora, questionando e movimentando o aplicativo conforme as sugestões dos alunos. Apesar de, em alguns momentos, fazer algumas pausas para explicar diretamente a um aluno que não estava compreendendo a tarefa, a professora também buscava fornecer soluções.

Foi importante a utilização da lousa branca ao mesmo tempo em que se utilizou a área de projeção, pois contribuiu para complementar o registro da operação. Mas, a conclusão de que  $8/4$  correspondem a dois inteiros foi possível devido à representação no aplicativo.

Uma aula consistiu apenas uma operação, uma adição de duas frações, cuja metodologia foi orientada pela construção coletiva do conhecimento (Carvalho, 2019; Carvalho; Scherer, 2021; Fleck, 2010). Observamos que as externalizações (Carvalho, 2019) dos alunos na tarefa indicam que estudantes desta turma (os que externalizaram certezas) internalizaram aspectos do conceito explorado em aula.

Sobre as proposições feitas, talvez com mais e diferentes justificativas dos alunos que externalizaram, os colegas que nada falaram poderiam compreender mais a proposição e, assim, concordar, complementar ou apresentar uma outra proposta.

## ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O objetivo do estudo realizado foi o de analisar como ocorrem ciclos de ações coletivos em uma aula de matemática com uso de projetor multimídia para o ensino de adição de frações. O que observamos com os dados aqui apresentados é que havia muitos alunos em sala de aula, mas apenas alguns externalizaram suas propostas de descrição e contribuíram para vivência de ciclos coletivos de ações.

Quanto aos estudantes que não fizeram externalizações durante a aula, não é possível afirmar se houve ou não internalização do conceito estudado. Uma opção para obter mais informações de seus processos de internalização seria questionar cada aluno e observar outros registros naquela ou outras aulas em que o conceito foi estudado. Do processo vivenciado na aula analisada, podemos inferir apenas a respeito dos alunos que realizaram externalizações.

Os alunos que externalizaram suas certezas deram indícios de que refletiam sobre as descrições e o conceito. A partir de externalizações, a professora conseguiu fazer questionamentos mais pontuais, oportunizando outras externalizações e possíveis reflexões. Vale ressaltar que alguns alunos, apesar de realizarem poucas ou nenhuma externalização, podem ter vivenciado o Ciclo de Ações individuais, mas não temos informações sobre eles.

Daí a importância das externalizações para que o professor acompanhe o processo de aprendizagem de cada aluno nos ciclos vivenciados.

Como resultado deste estudo, pode-se destacar que o uso do projetor multimídia favoreceu a construção coletiva do conhecimento de estudantes da turma investigada, porque externalizaram suas reflexões, decorrentes de internalizações individuais, ao vivenciarem parangolés e Ciclos de Ações Coletivos.

Vale mencionar que a professora teve papel importante na vivência do Ciclo de Ações Coletivo, tanto ao realizar mediações oportunizassem conjecturas e externalizações dos alunos, quanto para orientar a chegada a um acordo sobre uma proposição de descrição a ser representada no aplicativo.

## REFERÊNCIAS

CARVALHO, Sérgio Freitas de. **Parangolés de ações e Lousa Digital: movimentos de aprendizagem em aulas de matemática.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2019.

CARVALHO, Sérgio Freitas; SCHERER, Suely. Parangolés de ações e Ciclo de Ações coletivo: uma proposta teórica para discutir interações e aprendizagem com o uso de Lousa Digital. **Revista Contexto & Educação**, [S. l.], v. 36, n. 113, p. 85-104, 2021. DOI: 10.21527/2179-1309.2021.113.85-104. Disponível em: <https://revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/10030>. Acesso em: 20 nov. 2022.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

FLECK, Ludwik. **Gênese e desenvolvimento de um fato científico.** Belo Horizonte: Fabrefactum, 2010.

KENSKI, Vani Moreira. Aprendizagem mediada pela tecnologia. **Revista diálogo educacional**, Curitiba, v. 4, n. 10, p. 47-56, 2003.

OLIVEIRA, Ádamo Duarte de. **Linguagem Digital, Celulares e Geometria Analítica: Encontros com Alunos do Ensino Médio.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2019.

VALENTE, José Armando. **A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação.** Tese (Livre Docência) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

| Submetido em: 31/05/2024

| Aprovado em: 25/06/2024

| Publicado em: 15/11/2024